

NLPプロセスを用いた入れ子型ロジットモデルにおける パラメータ推定に関する一考察

○坂巻英一¹

(¹国立大学法人宇都宮大学)

A Study on Parameter Estimation in Nested Logit Models Using NLP Procedures

Yoshikazu, Sakamaki

School of Data Science and Management, Utsunomiya University

要旨

消費者の選択行動に関するモデル化の分野では多項ロジットモデルを始めとした様々な確率モデルが先行研究において研究されてきた。このうち入れ子型ロジットモデルは選択肢の類似性をモデル内で考慮することが可能であることから、消費者の選択集合把握をはじめ様々な分野で活用が進められている。一方で入れ子型ロジットモデルの尤度関数は多峰性であることがかねてより指摘されており、パラメータの推定値が局所最適解に収束してしまうといった理由により一意に定まらないことがモデルを扱いにくくする大きな要因の一つになっていた。こうした課題を改善するために本研究では入れ子型ロジットモデルの尤度関数に損失関数の概念を導入することによりパラメータ推定を安定的に行うことを目的としたパラメータ推定法の改善を提案する。併せて提案手法を実データに適用しNLPプロセスを用いてパラメータを推定することにより、本研究における提案モデルが入れ子型ロジットモデルにおけるパラメータ推定を行う上で有効であることを示す。

キーワード：Nested Logit Model, Multimodal Likelihood Function, NLP procedure

1 先行研究紹介

消費者の選択行動に関するモデル化において古くから使用されている手法のひとつに多項ロジットモデルが挙げられる。多項ロジットモデルはニューラルネットワークにおける出力層にも利用されており機械学習において重要な役割を果たしている。一方で、赤バス・青バスの問題にみられるようにモデル内で扱われる選択肢が互いに独立である、という仮定が置かれているため、実務において扱いにくさが指摘されてきた[1]。こうした中、Ben-Akivaらはモデル内で扱われる選択肢の類似性をモデル内で許容することを可能にした入れ子型ロジットモデルを提案している [1]。入れ子型ロジットモデルは交通手段の選択をはじめ消費者の選択集合のモデル化に関する研究において盛んに利用されている。選択集合とは消費者が商品やサービスを購買する際に、最初に購買の候補とする選択肢群のことであり、英語では Evoked Set, Consideration Set 或いは Choice Set と訳されている [2]。消費者が商品やサービスを選択

する際に考慮する選択肢の数は製品カテゴリーによって異なるもののその数は多くはなく、一般に 2 個から 5 個程度であるといわれている。そのため、技術の標準化が進み差別化が難しくなる今日の消費者市場において自社のブランドを消費者の選択集合に入れることができるか否か、が強いブランドを作り上げる上で重要な要素のひとつとなっている [3][4]。

先行研究において行われてきた選択集合を考慮した消費者選択行動のモデル化の多くは Manski が示す段階的ブランド選択モデルを基礎として行われてきた [5]。Manski は

- i 選択肢番号($i=1,2,\dots,L$)
 - k 消費者番号($k=1,2,\dots,K$)
 - p_{ik} 消費者 k が選択肢 i を選択する確率
 - $p_k(i|C)$ 消費者 k が選択集合 C の中から選択肢 i を選択する確率
 - $p_k(C|G)$ 消費者 k が全ての可能な選択集合の組み合わせ G の中から特定の選択集合 C を形成する確率
 - $G(i)$ G のうち選択肢 i を含む全ての集合
- とした時、消費者 k が選択肢 i を選択する確率 p_{ik} を

$$p_{ik} = \sum_{C \in G(i)} p_k(i|C) p_k(C|G) \quad (1)$$

により定式化している。

先行研究を概観すると多くの研究において $p_k(i|C)$ は多項ロジットモデルを用いた定式化が行われており選択集合 C が形成される確率 $p_k(C|G)$ を如何にして定式化するか、が主たる研究課題とされてきた。

先行研究の多くは (2)式により $p_k(C|G)$ を定式化している。

$$p_k(C|G) = \frac{\exp\{\alpha W_C + \lambda_C \log[\sum_{j \in C} \exp(V_{jk})]\}}{\sum_G \exp\{\alpha W_C + \lambda_C \log[\sum_{j \in C} \exp(V_{jk})]\}} \quad (2)$$

ただし、

- i 選択肢番号($i=1,2,\dots,L$)
- k 消費者番号($k=1,2,\dots,K$)
- V_{ik} 消費者 k の選択肢 i に対する確定的効用
- λ_C 選択集合 C により形成される \log_sum 項 $\log[\sum_{i \in C} \exp(V_{ik})]$ に対するパラメータ
- W_{Ch} \log_sum 項 $\log[\sum_{i \in C} \exp(V_{ik})]$ 自体が持つ h 番目の属性の属性値 ($h=1,2,\dots,H$)
- α_h W_{Ch} に対するパラメータ ($h=1,2,\dots,H$)

である。また、

- l 個人属性番号($l=1,2,\dots,L$)
- m 選択肢属性番号($m=1,2,\dots,M$)
- x_{ikm} 消費者 k の選択肢 i に対する m 番目の属性値
- β_m m 番目の属性値に対する推定パラメータ ($m=1,2,\dots,M$)
- z_{kl} 消費者 k が持つ l 番目の個人属性の属性値
- γ_l l 番目の個人属性の属性値に対する推定パラメータ ($l=1,2,\dots,L$)

とする。その上で、消費者 k が選択肢 i に対して持つ確定的効用を

$$V_{ik} = \sum_{m=1}^M \beta_m x_{ikm} + \sum_{l=1}^L \gamma_l z_{kl} \quad (3)$$

により定式化している。

また $p_k(i|C)$ については多項ロジットモデルを用いて(4)式により定式化している。

$$p_k(i|C) = \frac{\exp(V_{ik})}{\sum_{i \in C} \exp(V_{ik})} \quad (4)$$

(2)式及び(4)式を基に消費者 k が選択肢 i を選択する確率を

$$p_{ik} = \sum_{C \in G(i)} p_k(i|C) p_k(C|G) \quad (5)$$

により定式化することになる。

ここで y_{ik} を消費者 k が選択肢 i を選択した時 1, そうでない時 0 をとる 2 値変数とした場合 y_{ik} とそれに対応する p_{ik} が与えられた基で尤度は

$$\begin{aligned} L &= \prod_i \prod_k p_{ik}^{y_{ik}} \\ &= y_{ik} \sum_i \sum_k \log(p_{ik}) \end{aligned} \quad (6)$$

と定式化できる。先行研究では最尤推定法を用い、(6)式の尤度を最大にするようなモデルパラメータを推定することによりパラメータ推定が行われてきた。

2 本稿における提案手法

入れ子型ロジットモデルの尤度関数は多峰性の形状をしていることが知られている。そのためパラメータの最適解を探索するためには、乱数を用いて初期値を多数回発生させた上で繰り返し計算を行い、最適解を決定する必要がある。そのため計算に膨大な時間を要する上に、パラメータ推定結果が不安定であることから、実務的な利用が進まなかったという背景がある。

本研究ではこうした課題を改善することを目的として lasso 回帰において広く使用されている損失関数

$$\delta_2 \sum |\theta_j| \quad (7)$$

を尤度関数に組み込むことを試みる。以降、(7)式を尤度関数に組み込むことを L1 正則化と呼ぶこととする。更に本研究では Yuan ら[6]の group lasso を拡張した上で、以下の手順に基づき、入れ子型ロジットモデルにおける尤度関数の改善を試みる。

[手順1] データ分割

分析に先立ち、データセットを学習用データ (train data)と検証用データ (test data)に分割する。その上で学習用データ (train data)を用いて[手順2]から[手順6]を実施する。

[手順2] 選択肢に対する選択確率の定式化

次に第2節で示す入れ子型ロジットモデルを用いて消費者の選択肢に対する選択確率を定式化する。

[手順3] 損失関数の導入

Group Lasso の考え方に倣い L2 正則化における損失関数を(8)式のように拡張する。

$$\delta_1 \sum_{g=1}^G \sqrt{\sum_{j=1}^{J_g} \theta_{gj}^2} \quad (8)$$

ここで

- g グループ番号 ($g=1,2,\dots,G$)
- j グループ g に含まれる変数の変数番号 ($j=1,2,\dots,J_g$)
- θ_{gj} グループ g 内における j 番目の変数の値

である。以降、(8)式を尤度関数に組み込むことを L2 正則化と呼ぶこととする。

[手順4] 尤度関数の定式化

(6)式により定式化される尤度関数から(7)式及び(8)式を引くことにより尤度関数を(9)式のように拡張する。

$$L = y_{ik} \sum_i \sum_k \log(p_{ik}) - \delta_1 \sum_{g=1}^G \sqrt{\sum_{j=1}^{J_g} \theta_{gj}^2} - \delta_2 \sum |\theta_j| \quad (9)$$

[手順5] パラメータ推定

乱数発生させた初期値を基に(9)式に対して最尤推定法によるパラメータ推定を行う。

[手順6] モデル適合度の算出

[手順5]において推定されたパラメータを検証用データ (test data)に適用し、対数尤度、AIC 統計量及び予測的中率を算出する。

3 実データを用いた実証実験

3.1 データ概要

本研究ではデータサイエンス学習者向けに Google によって運営されているプラットフォーム Kaggle 上で公開されているデータを使用した。データの概要は以下の通りである。

データの出典元 Kaggle

データセット名 Great American Coffee Taste Test

URL <https://www.kaggle.com/datasets/datalab351/great-american-coffee-taste-test>

本データは米国で実施されたコーヒーの味覚調査によって収集されたデータである。調査実施者はコーヒーカプセルに封入された 4 種類のコーヒーを 5,000 人の被験者に配布する。被験者は受け取ったコーヒーカプセルを溶かした上で試飲し、アンケート調査に回答する方法がとられている。調査は被験者にコーヒーの種類を伏せた形で実施している。

アンケート調査には 4 種類のコーヒーに対する評価に加え、4 種類のコーヒーのうち最も好きな風味、被験者の個人属性を回答する形で実施された。

データ収集時期 2023 年 10 月

本研究では 5,000 人の被験者が試飲した 4 種類のコーヒーに対する評価データを説明変数、被験者が最も好むコーヒーを選択結果としたモデルを構築することにより検証を実施した。

評価対象となった 4 種類のコーヒーの風味は表 1 の通りである。

表1 評価対象となった4種類のコーヒーの風味

Package No	風味
A	浅煎り、ウォッシュド加工
B	ミディアムロースト
C	ダークロースト
D	ライトロースト、ナチュラルプロセス（発酵、ファンキー/フルーティー）

3.2 基礎統計量

アンケート調査により収集されたデータの中に、調査対象となった4種類のコーヒーに対して、苦味及び酸味という2つの視点から被検者が5段階で評価したデータが含まれている。4種類のコーヒーに対する評価の平均値を表2、ポジショニングマップを図1に示す。

表2 4種類のコーヒーに対する評価の平均値

変数	苦味	酸味
COFFEE_A	2.140	3.638
COFFEE_B	3.012	2.222
COFFEE_C	3.073	2.365
COFFEE_D	2.162	3.859

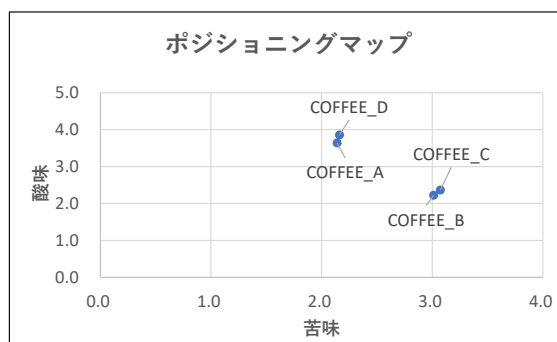


図1 4種類のコーヒーのポジショニングマップ

分析を行った結果、COFFEE AとCOFFEE D及びCOFFEE BとCOFFEE Cは苦味及び酸味の観点から相互に類似性が高いと考えられる。

分析に使用したデータには4種類のコーヒーの中から最も好きなコーヒーを選択してもらった結果が記録されている。表3にそれぞれの選択肢を最も好きなコーヒーとして選択した被検者数をまとめて示す。

表3 最も好きなコーヒーとして選択した被検者の数

コーヒーの種類	最も好きと回答した人数	構成比率
Coffee A	818	21.7%
Coffee B	783	20.8%
Coffee C	784	20.8%
Coffee D	1385	36.7%
合計	3770	100.0%

本研究で使用したデータにはコーヒーに対する評価に加え、個人属性に関する情報が含まれている。

3.3 本研究における提案モデルを用いたデータ分析

これらのデータを基に[手順1]から[手順6]の流れで分析を実施した。

[手順1] データ分割

始めに 3.1 項で示したデータに対して未回答等の理由により欠損値を含むデータを除いた上で、残ったデータ 3,770 件をランダムに 6 : 4 の割合で分割し、6 割を「学習用データ」4 割を「検証用データ」として使用した。

本研究において「学習用データ」「検証用データ」として使用した被検者の人数は以下の通りである。

学習用データ	2,262 人
検証用データ	1,508 人
計	3,770 人

これらのデータを基に「学習用データ」を用いてパラメータ推定を実施した上で、推定されたパラメータを「検証用データ」に適用する方法によりモデルの有効性に関する検証を実施した。

[手順2] 選択肢に対する選択確率の定式化

本研究では以下の変数を分析モデルに使用した。

x_{ik1} 被検者 k が感じるコーヒー i の苦味 (5 段階で評価)

($k=A, B, C, D$)

x_{ik2} 被検者 k が感じるコーヒー i の酸味 (5 段階で評価)

($k=A, B, C, D$)

z_{k1} 自分が飲んでしているコーヒーの生産地を知っているか

(Yes / No / 欠損値等)

ただし欠損値を基準として Yes / No に対しダミー変数を割り付ける。

z_{k2} 性別 (男性 / 女性 / 欠損値等)

ただし欠損値を基準として男性 / 女性 に対しダミー変数を割り付ける。

W_C 選択集合 C を構成する選択肢数

y_{ik} 被検者 i の選択肢 k に対する選択結果

4 種類のコーヒーのうち最も好きな風味を持つコーヒーに対してフラグ 1 を付与

また以下のパラメータをモデル内で使用する。

β_1 x_{ik1} に対する推定パラメータ

β_2 x_{ik2} に対する推定パラメータ

γ_{11} z_{k1} に対する推定パラメータ(回答=YES)

γ_{12} z_{k1} に対する推定パラメータ(回答=NO)

γ_{21} z_{k2} に対する推定パラメータ(回答=男性)

γ_{22} z_{k2} に対する推定パラメータ(回答=女性)

α W_C に対するパラメータ

λ_C 選択集合 C により形成される \log_sum 項に対するパラメータ

これらの変数及びパラメータを基に(3)式により選択肢に対する効用を定式化した上で(4)式及び(5)式を基にした入れ子型ロジットモデルを用いて選択肢に対する選択確率を定式化する。

[手順3] 損失関数の定式化

(7)式及び(8)式により損失関数を定式化する。なお本研究では以下のようにパラメータ群をグループ化した上でパラメータの推定を行うこととする。

グループ 1 $\beta_1 \beta_2$

グループ 2 $\gamma_{11} \gamma_{12} \gamma_{21} \gamma_{22}$

グループ 3 α

グループ 4 λ_C

$\forall C \in \{A, B, C, D, AB, AC, AD, BC, BD, CD, ABC, ABD, ACD, BCD, ABCD\}$

この結果, L2 正則化による損失関数は

$$\delta_1 \left(\sqrt{\sum_{j=1}^2 \beta_j^2} + \sqrt{\sum_{j=1}^2 \sum_{l=1}^2 \gamma_{jl}^2} + \sqrt{\alpha^2} + \sqrt{\sum_{j \in C} \lambda_j^2} \right) \quad (10)$$

により定式化されることになる.

また L1 正則化による損失関数の定式化は

$$\delta_2 \left(\sum_{j=1}^2 |\beta_j| + \sum_{j=1}^2 \sum_{l=1}^2 |\gamma_{jl}| + |\alpha| + \sum_{j \in C} |\lambda_j| \right) \quad (11)$$

によって定式化する.

[手順4] 尤度関数の定式化

(10)式及び(11)式を(6)式に組み込むことにより尤度関数を(12)式により定式化する.

$$L = \prod_i \prod_k \prod_t p_{ik}^t y_{ik}^t - \delta_1 \left(\sqrt{\sum_{j=1}^2 \beta_j^2} + \sqrt{\sum_{j=1}^2 \sum_{l=1}^2 \gamma_{jl}^2} + \sqrt{\alpha^2} + \sqrt{\sum_{j \in C} \lambda_j^2} \right) - \delta_2 \left(\sum_{j=1}^2 |\beta_j| + \sum_{j=1}^2 \sum_{l=1}^2 |\gamma_{jl}| + |\alpha| + \sum_{j \in C} |\lambda_j| \right) \quad (12)$$

[手順5] 正則化パラメータ

(12)式により定式化される尤度関数における正則化パラメータを

$\delta_1: 0.2$

$\delta_2: 1.0$

に設定する.

[手順6] パラメータ推定

[手順5]において設定された正則化パラメータを(12)式で示す尤度関数に設定した上で「学習用データ」を基にパラメータ推定を実施する. 推定は初期値を乱数発生させた上で繰り返し計算を実施する方法により行い, 本研究では繰り返し計算を 100 回実施した. その上で, 最大の対数尤度を与えるパラメータの組み合わせを本研究における提案モデルにおける最適解とみなすこととした. また本研究では分析環境として SAS システムに搭載されている NLP プロシージャを使用している. 探索アルゴリズムには準ニュートン法を使用し, 繰り返し計算回数を 5,000 回, 勾配が 1×10^{-6} 以下であることを停止条件として設定した.

パラメータの推定結果を表 5 にまとめて示す.

表 5 パラメータ推定結果(本研究における提案モデル)

本研究における提案モデル						
変数	N	最適解	平均	標準偏差	最小値	最大値
β_1 (苦味)	100	-0.1570	-0.2706	0.1085	-0.5846	-0.1183
β_2 (酸味)	100	-0.0370	-0.0789	0.0465	-0.2545	-0.0270
α (選択集合を構成する選択肢数)	100	0.2007	0.2971	1.9926	-12.2221	7.1161
そのコーヒーの生産地を知っている (はい)	100	1.0012	2.5810	3.0114	-7.0842	9.9485
そのコーヒーの生産地を知っている (いいえ)	100	-0.6049	-0.8751	5.9340	-11.5087	28.0158
性別 (男性)	100	0.5561	0.3641	2.6917	-7.6232	6.1058
性別 (女性)	100	-0.0400	-0.0554	2.5487	-5.7556	15.0581
λ_A	100	2.4487	1.5953	0.9468	-0.1658	6.3361
λ_B	100	-0.7168	-0.3880	1.0966	-1.8931	8.0373
λ_C	100	-0.1131	-0.1507	0.9729	-1.5502	6.9209
λ_D	100	6.0882	2.9181	2.2617	-0.6895	7.5071
λ_{AB}	100	2.6875	1.2241	1.1885	-1.7744	5.7130
λ_{AC}	100	2.7704	1.4028	1.1544	-1.3279	3.9842
λ_{AD}	100	3.9733	1.9268	1.6940	-1.5163	4.7801
λ_{BC}	100	3.7084	1.9300	1.5429	-2.3099	5.0291
λ_{BD}	100	1.2162	0.2780	0.9914	-2.1156	6.7943
λ_{CD}	100	2.4976	0.7210	1.3112	-1.0333	4.2186
λ_{ABC}	100	-3.4374	-0.4284	2.0643	-3.4379	3.5152
λ_{ABD}	100	-0.0149	0.3734	0.9046	-2.0696	4.4237
λ_{ACD}	100	-0.2763	0.0128	1.1044	-2.3781	5.7299
λ_{BCD}	100	2.9226	1.7607	1.4824	-4.7657	9.2285
λ_{ABCD}	100	-2.3298	-0.7606	1.9553	-4.0785	9.6791
対数尤度		-1,956.8				
AIC		3,936				
予測的中率		38.99%				

4 結論

本稿では NLP procedure を用いて格付推計モデルを構築する方法について紹介を行った。本研究では消費者選択行動を記述するモデルのひとつとして古くから利用されてきた入れ子型ロジットモデルにおけるパラメータ推定アルゴリズムの改善に関する研究を実施した。多項ロジットモデルは伝統的に利用されている多項ロジットモデルと比較して選択肢間の類似性を考慮することが可能であることから、企業経営のみならず交通工学における交通手段の選択行動をモデル化する場面等で広く利用されてきた。一般にパラメータ推定は尤度関数を設定した上で最尤推定法を用いて最適解を探索する、という方法が取られることが多い反面、尤度関数が多峰性の形状を持つことが先行研究において指摘されており、パラメータを一意に決定することができず推定結果が不安定になることから、実務において利用されるケースはあまり報告されて来なかった、というのが現状である。

本研究では入れ子型ロジットモデルが持つこうした課題を改善することを目的として、ridge 回帰や lasso モデルで用いられているパラメータの正則化による損失関数を尤度関数に組み込むことにより入れ子型ロジットモデルにおけるパラメータ推定を安定的に実施するとしたパラメータ推定アルゴリズムの改善方法を提案した。

本研究における提案モデル並びに比較対象モデルを実データに適用しパラメータ推定を実施した結果、対数尤度、AIC 統計量並びに予測的中率に関しては双方のモデル間で大きな差異は確認されなかったものの、本研究において提案するアルゴリズムではパラメータ推定値のばらつきを従来のアルゴリズムと比較して小さく抑えることが可能となることを確認することができた。

損失関数を考慮しない従来の尤度関数に基づくパラメータ推定アルゴリズムでは繰り返し計算が収束せず発散してしまうケースが起り得る、パラメータ推定結果が外れ値に近い局所最適解に陥ること

からばらつきが大きくなる，という課題が生じていたが，本研究における提案モデルによりこうした課題の影響を抑制することが可能であることが分かった。

また，パラメータ推定値と対数尤度の関係をグラフ化した結果，入れ子型ロジットモデルの尤度関数が従来考えられてきた峰型の形状ではなく尾根型に近い形状をしている可能性があることが分かった。そのため尤度を最大化することを可能にするパラメータの組み合わせが無数に存在する可能性があった。そこで正則化による制約条件を課すことによりパラメータ推定を安定的に実施できる可能性があることが実証実験の結果から分かった。

米国市場におけるコーヒーに対する消費者の選択行動に関して，選択集合を構成する選択肢の数に対するパラメータ α がプラスの符号をとることから，選択集合が増えるに従い消費者の効用が上昇する可能性があることが分かった。また，女性よりも男性の方がコーヒーに対して高い効用を持つこと，コーヒーの生産地に関する知識を持ち合わせている消費者の方がそうではない消費者と比較して高い効用を持つ可能性があること，等が分析を実施した結果から明らかになった。

以上

参考文献

- [1] Ben-Akiva M. E. and Steven R. L.: Discrete Choice Analysis: Theory and Application to Travel Demand, The Mit Press (1985).
- [2] Shocker, A. D., Ben-Akiva, M., Boccara, B. and Nedungadi, P.: Consideration Set Influences on Consumer Decision-Making and Choice: Issues, Models, and Suggestions, Marketing Letters, Vol. 2, No. 3, pp.181-197 (1991).
- [3] Hauser J. R. and Wernerfelt B.: An Evaluation Cost Model of Consideration Sets, Journal of Consumer Research, Vol. 16, pp. 393-408 (1990).
- [4] Brisoux J. E. and Cheron E. J.: Brand Categorization and Product Involvement, Advances in Consumer Research, Proceedings of the Association for Consumer Research Annual Conference, pp. 101-109 (1990).
- [5] Manski, C.: The Structure of Random Utility Models, Theory and Decision, Vol. 8, pp. 229-254 (1977).
- [6] Yuan, M. and Lin, Y.: Model Selection and Estimation in Regression with Grouped Variables, Journal of the Royal Statistical Society. Series B (statistical Methodology), Vol. 68, No. 1, pp.49-67 (2006).

記事・株価を検索 🔍

日本経済新聞

朝刊・夕刊 LIVE Myニュース 日経会社情報 人事ウオッチ NIKKEI Prime

トップ 速報 ビジネス マーケット 経済 国際 オピニオン もっと見る #米中「新アヘン戦争」

🔒 この記事は会員限定記事です

宇都宮大学が企業をコンサルティング 栃木県や経済5団体と連携

振込 [+フォローする](#)
2025年6月30日 5:00 [会員限定記事]

📄 保存 📧 🌐 📧 📧 📧 📧

宇都宮大学は企業のコンサルティング事業に乗り出す。4月に開設した産学官連携機関「シンクタンク地域経営」が栃木県や県内の25市町、経済5団体と連携し、教員の高度な専門知識をいかして個別企業の相談に応じる。地方の国立大学が企業のコンサル業務を請け負うのは珍しい。

4月に設置したシンクタンク地域経営は「公共部門」と「企業経営部門」に分かれている。公共部門は2023年設置のシンクタンク「地域経営研究会」...

